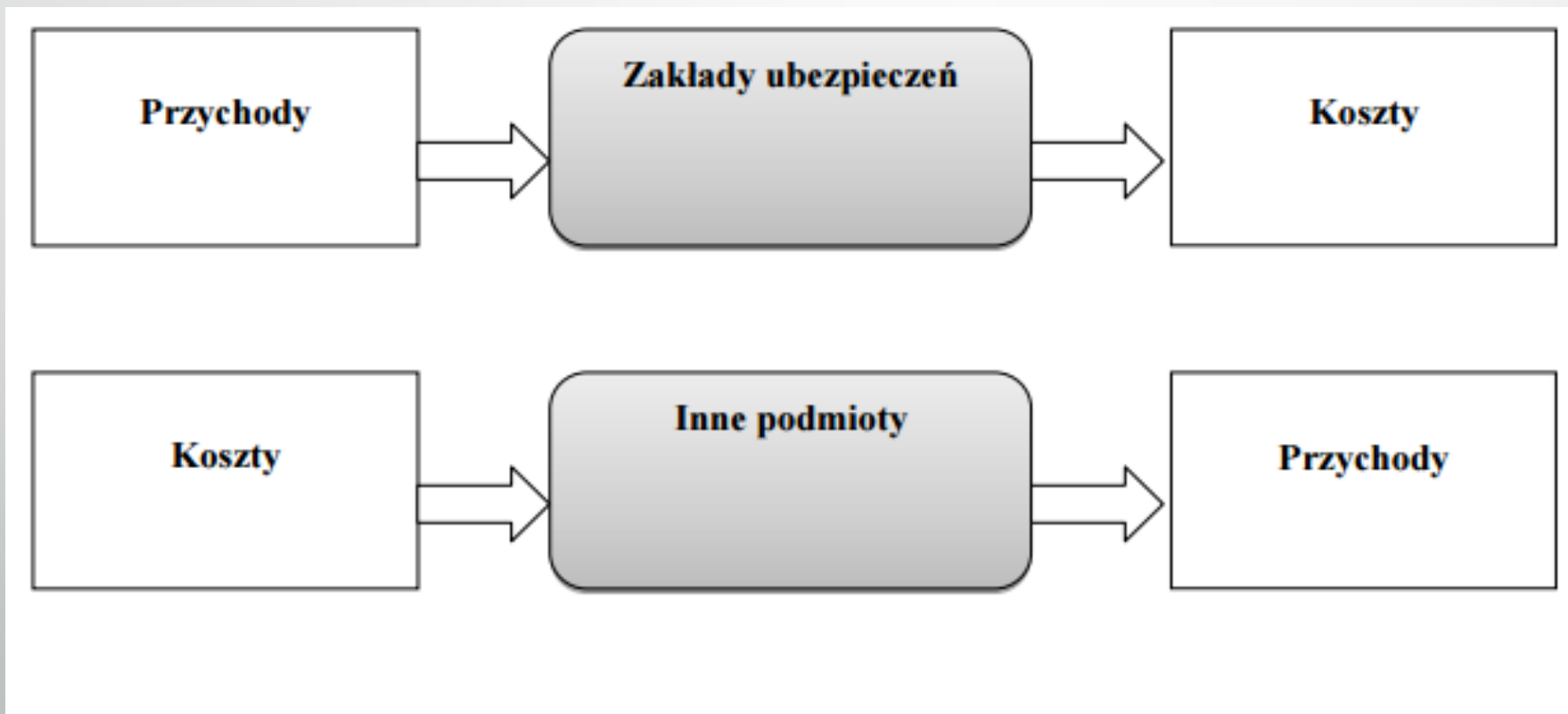




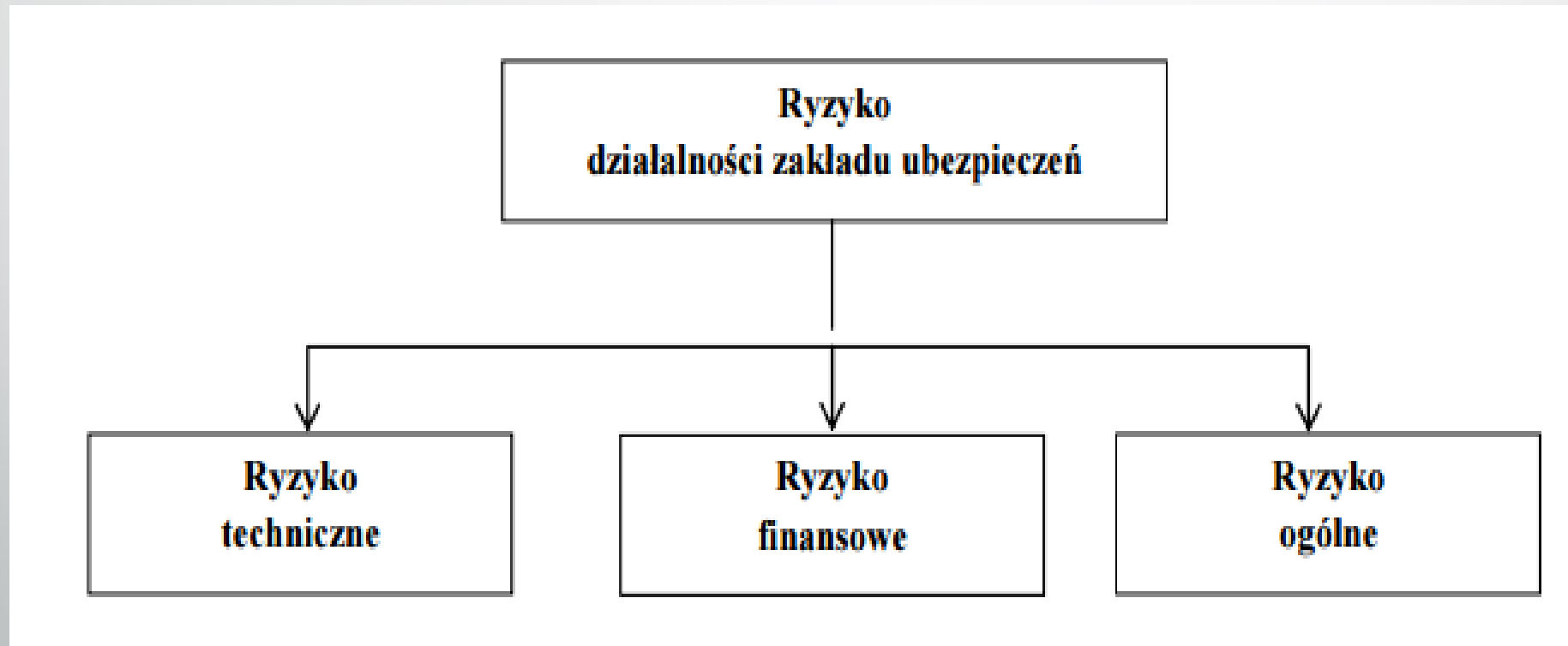
Podstawy teorii oprocentowania

Łukasz Stodolny
Radosław Śliwiński
Cezary Kwinta
Andrzej Koredczuk

Cykl produkcyjny zakładów ubezpieczeń



Ryzyko działalności zakładu ubezpieczeń



Ryzyko finansowe działalności ubezpieczeniowej

- Ryzyko aktywów i pasywów
- Ryzyko technicznego rachunku ubezpieczeń
- Ryzyko ogólnego rachunku zysków i strat

Ryzyko w obszarze aktywów i pasywów zakładów ubezpieczeń

- Ryzyko współzależności aktywów i pasywów,
- Ryzyko lokat
- Ryzyko należności
- Ryzyko innych składników aktywów
- Ryzyko kapitałów własnych
- Ryzyko rezerw techniczno-ubezpieczeniowych
- Ryzyko zobowiązań

Ryzyko w obszarze technicznego rachunku ubezpieczeń


- Ryzyko składki
- Ryzyko odszkodowań i świadczeń
- Ryzyko kosztów działalności ubezpieczeniowej

Ryzyko w obszarze ogólnego rachunku zysków i strat

- Ryzyko przychodów z lokat
- Ryzyko kosztów działalności lokacyjnej

Pomiar ryzyka finansowego

- Analiza poziomu bezpieczeństwa
- Analiza poziomu aspiracji
- Wartość zagrożona ryzykiem (ang. Value at Risk) - VaR



Oprocentowanie składane i ciągłe

Standardowe oznaczenia:

- ***FV*** – (ang. *future value*) kapitał końcowy, wartość końcowa inwestycji;
- ***I*** – (ang. *interest*) odsetki;
- ***PV*** – (ang. *present value, principal*) kapitał początkowy, wartość początkowa inwestycji;
- ***i, r*** – (ang. *interest rate*) stopa procentowa, stopa zwrotu, stopa rentowności;
- ***n*** – liczba okresów kapitalizacji.

Stopa procentowa - wyliczony zysk/strata, w postaci procentu wartości inwestycji na końcu określonego przedziału czasu.

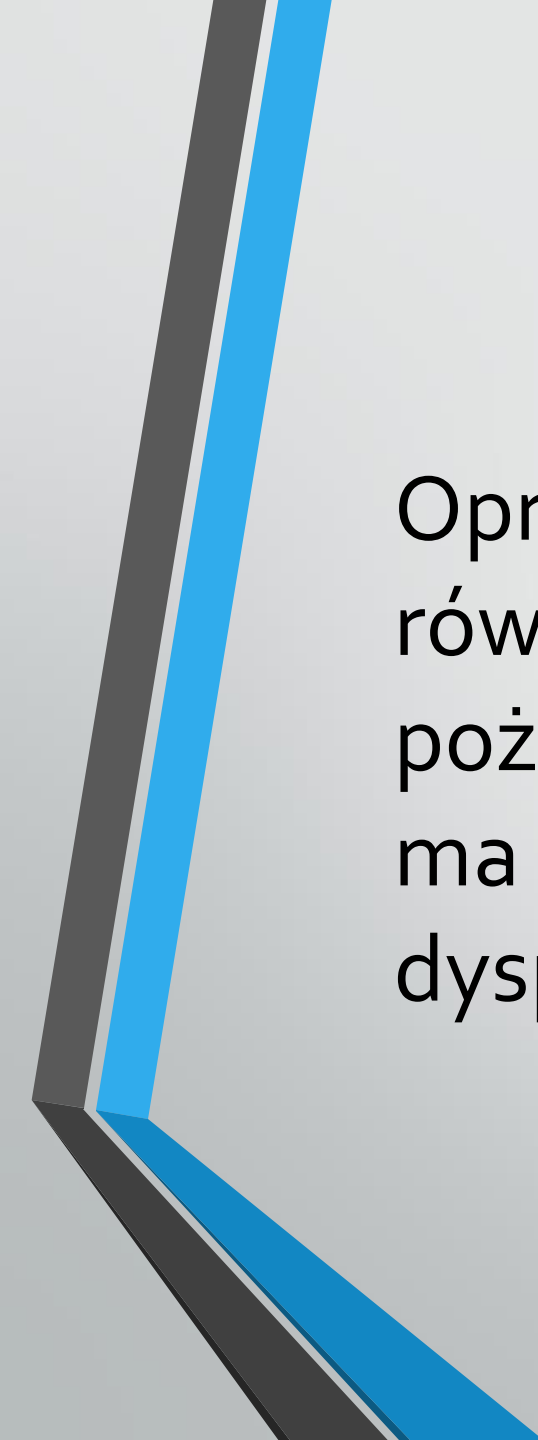
$$r = \frac{FV - PV}{PV} * 100$$

gdzie:

r - stopa procentowa zysku/straty w okresie bazowym

FV - wartość inwestycji w chwili t (wartość przyszła)

PV - wartość w chwili t=0 (wartość obecna)



Oprocentowanie - procent bankowy (nazywany również odsetkami), zysk wierzyciela (np. pożyczkodawcy, inwestora itd.), którego zapłaty ma prawo domagać się od dłużnika w zamian za dysponowanie kapitałem.

oprocentowanie



ciągłe
(proste)



składane

Oprocentowanie proste

ZASADA. Odsetki rosną liniowo w stosunku do upływu czasu.

$$I(t) = t * r * PV$$

$$I = FV - PV$$

$$FV = PV + I$$

$$FV = PV + t * r * PV$$

$$FV = PV(1 + tr)$$

Oprocentowanie proste

Zad. Jaką wartość osiągnie kapitał początkowy 10 000 PLN oprocentowany na 12% (kap. prosta) po:

a) 4 latach

b) 180 dniach

Oprocentowanie proste

a)

$$PV = 10\ 000\ \text{PLN} \quad r = 12\%$$

$$t = 4$$

$$\begin{aligned} FV &= 10\ 000 \cdot (1 + 4 \cdot 12\%) = \\ &= 10\ 000 \cdot 1,48 = 14\ 800\ \text{PLN} \end{aligned}$$

Oprocentowanie proste

b)

$$PV = 10\ 000\ \text{PLN} \quad r = 12\%$$

$$t = 180/360 = 1/2$$

$$\begin{aligned} FV &= 10\ 000 \cdot (1 + 1/2 \cdot 12\%) = \\ &= 10\ 000 \cdot 1,06 = 10\ 600\ \text{PLN} \end{aligned}$$

Oprocentowanie składowe

ZASADA. Odsetki oblicza się za każdy okres (kapitalizacji) i dopisuje do kapitału na koniec okresu.

Zatem, w kolejnym okresie liczy się odsetki od wyższej kwoty!

Kapitalizacja - doliczenie odsetek

Oprocentowanie składowane

Zad. Policzmy ile wyniosą odsetki od kwoty 1000 PLN z lokaty 2 letniej, przy 10 % stopie, jeśli odsetki są obliczane:

- a) raz na końcu (procent prosty)
- b) po upływie każdego roku (procent składowany).

Oprocentowanie składowe

a) $I = 1000 \cdot 2 \cdot 10\% = \mathbf{200 \text{ PLN}}$

b) $I_1 = 1000 \cdot 10\% = 100 \text{ PLN}$

$I_2 = 1100 \cdot 10\% = 110 \text{ PLN}$

$I = \mathbf{210 \text{ PLN}}$

Rys. Aktualnie obowiązujące stopy procentowe w ZUS.

ZUS – stopy procentowe			
Rodzaj składki	Wartość %	Obciąża:	
		ZATRUDNIONEGO z kwoty brutto wynagrodzenia	PRACODAWCĘ niezależnie od kwoty brutto wynagrodzenia
Emerytalna	19,52%	Połowa (19,52% / 2)	Połowa (19,52% / 2)
Rentowa	8%	1,5%	6,5%
Chorobowa	2,45%	2,45%	0%
Wypadkowa	1,80%	0%	1,80%
Zdrowotna	9%	Naliczana 9%	0%
		Odliczana od podatku 7,75%	0%
Fundusz Pracy	2,45%	0%	2,45%
FGŚP	0,1%	0%	0,1%
FEP	1,5%	0%	1,5%

Źródło: www.zus.pl.



Zmiana wartości pieniądza w czasie

Co wpływa na wartość pieniądza

Czynniki makroekonomiczne:

- Procesy inflacyjne
- Zmiana kursu walut
- Czynniki mikroekonomiczne:
 - Koszt utraconych korzyści (koszt alternatywny)
 - Preferencje inwestorów dotyczące rozkładu konsumpcji w czasie

Zmiana wartości pieniądza w zależności od zachodzących procesów

- Przy inflacji pieniądz ulega deprecjacji
- Przy deflacji pieniądz ulega aprecjacji
- Zmiana kursów walut

Z czego wynika zmienna wartość pieniądza w czasie?


- Spadek siły nabywczej będący skutkiem dodatniej inflacji
- Możliwość inwestycji
- Występowanie zjawiska ryzyka
- Podejście do konsumpcji

Wartość kapitału w czasie

- Wartość pieniądza w czasie jest uwzględniana przez **stopę procentową**
- Standardem w ubezpieczeniach jest to, że podstawową jednostką czasu jest rok

Okres kapitalizacji

- Odstęp czasu, co który adekwatny procent (odsetki) jest doliczany do kapitału
- Dwie możliwości dopisywania odsetek do kapitału



Dopisywanie odsetek „z góry”

Polega na dopisywaniu odsetek na początku każdego okresu kapitalizacji



Dopisywanie odsetek „z dołu”

Ten sposób najczęściej jest stosowany w ubezpieczeniach

Okres kapitalizacji = podstawowej jednostce
czasu

Stopa procentowa efektywna – kapitalizacja zgodna

$$K_n = K_0 (1 + n * r)$$



PRZEPŁYW PIENIĄDZA

PRZEPIYW PIENIADZA - DEFINICJA

Wyobraźmy sobie, że dokonujemy wpłat lub wypłat okresowych przez n jednakowych okresów. Dla uproszczenia rozważań przyjmujemy, że okres wynosi jeden rok. Powiedzmy, że w roku $k = 0, \dots, n$ dokonujemy wpłaty A_k oraz wypłaty B_k , tak że każdego roku „wynikowo” czynimy inwestycje $C_k = A_k - B_k$. Taki ciąg wynikowy wpłat/wypłat C_0, \dots, C_n (możemy też rozpatrywać nieskończony ciąg wpłat/wypłat C_0, C_1, \dots) nazywamy:

PRZEPIYWEM PIENIADZA lub inaczej **przeptywem gotówki**.

PRZEPIY W PIENIADZA - OW

Taki ciag wynikowy wpłat/wypłat C_0, \dots, C_n (możemy też rozpatrywać nieskończony ciag wpłat/wypłat C_0, C_1, \dots) nazywamy **PRZEPIY WEM PIENIADZA** lub inaczej **przepiywem gotówki**. Przy założeniu, że odsetki są dopisywane pod koniec każdego roku, **OW** (obecna wartość) tego przepiywu pieniędzy wynosi:

$$G_n = \sum_{j=0}^n C_j v^j,$$

gdzie,

v – czynnik dyskonta

- wartość obecna regularnych przepiywów pieniężnych / jest to najbardziej ogólny przypadek

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

WARTOŚĆ OBECNA - WZORY

1. Wartość obecna pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja prosta (okresowa)

$$PV=FV/(1+nr)$$

2. Wartość obecna pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja roczna

$$PV=FV/(1+r)^n$$

3. Wartość obecna pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja częściej niż raz do roku

$$PV=FV/(1+r/m)^{nm}$$

4. Wartość obecna renty /okres podstawowy jest zgodny z okresem występowania rent; jest zgodność okresu występowania rent z okresem kapitalizacji/

- wartość obecna renty płatnej z dołu

$$PV=PVA_n=PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}$$

- wartość obecna renty płatnej z góry

$$PV=PVA_n=PMT(1+r) \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}$$

PRZEPIŁYW PIENIĄDZA - ZW

Natomiast **ZW** (zakumulowana wartość) w chwili n wynosi:

$$S_n = \sum_{j=0}^n C_j (1+i)^{n-j}$$

gdzie,

i - stopa procentowa

Zauważmy, że $(1+i)^n G_n = S_n$

$$G_n = \sum_{j=0}^n C_j v^j$$

Wartość przyszła regularnych przepływów pieniężnych /

jest to najbardziej ogólny przypadek określenia wartości przyszłej; rozpatrywany jest tylko przypadek płatności z dołu i przyjmuje się założenia, iż okres płatności jest zgodny z okresem występowania płatności oraz jest zgodność okresu występowania płatności z okresem kapitalizacji

$$FV = \sum_{t=1}^n C_t (1+r)^{n-t}$$

WARTOŚĆ PRZYSZŁA – WZORY

1. Wartość przyszła pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja prosta

$$FV = PV(1 + nr)$$

2. Wartość przyszła pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja roczna

$$FV = PV(1 + r)^n$$

3. Wartość przyszła pojedynczego przepływu pieniężnego – kapitalizacja częstsza niż raz na rok

$$FV = PV(1 + r/m)^{nm}$$

4. Wartość przyszła renty /okres podstawowy jest zgodny z okresem płacenia renty, w takiej też skali wyrażona jest stopa procentowa (renta płacona jest co miesiąc, to okresem podstawowym jest miesiąc, a stopa procentowa wyrażona jest w skali miesiąca); jest zgodność okresu płacenia renty z okresem kapitalizacji/ - wielkość renty oznacza się przez PMT

- renta płatna z góry

$$FV = FVA_n = PMT \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

- renta płatna z dołu

$$FV = FVA_n = PMT(1 + r) \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

RODZAJE PRZEPIYWÓW PIENIĘŻNYCH

- Przepływy pieniężne netto
- Przepływy działalności operacyjnej
- Przepływy działalności inwestycyjnej
- Przepływy działalności finansowej
- Przepływy pieniężne w ujęciu EX POST
- Przepływy pieniężne w ujęciu EX ANTE

PRZEPIŁYWY PIENIĘŻNE NETTO

charakteryzują się tym, że niektóre wydatki mogą być przedstawione w kwocie netto, a więc kompensowane ze sobą. Takie sytuacje, w których jest to możliwe, zawarte zostały w KSR 1 (Krajowy Standard Rachunkowości nr 1 „Rachunek przepływów pieniężnych”).

PRZEPŁYWY DZIAŁALNOŚCI OPERACYJNEJ

Związane są **działalnością podstawową** jednostki, obejmują te wpływy i wydatki, które nie są zaliczone do działalności inwestycyjnej lub finansowej. Prezentuje się tutaj skutki pieniężne operacji i zdarzeń, które uwzględnianie są w wyniku finansowym. Istnieją dwie metody tworzenia tej części rachunku przepływów pieniężnych, w wyniku których otrzymujemy różne wersje cash flow:

- metoda bezpośrednia
- metoda pośrednia

PRZEPIŁYWY DZIAŁALNOŚCI INWESTYCYJNEJ

Ujmuje się tutaj wpływy i wydatki poniesione na rzecz zakupu, budowy lub takie, które jednostka otrzymała w związku ze sprzedażą aktywów trwałych, z wyjątkiem długoterminowych rozliczeń międzyokresowych, należności długoterminowych dotyczących działalności operacyjnej oraz inwestycji krótkoterminowych, z wyjątkiem środków pieniężnych, aktywów pieniężnych, aktywów finansowych zaliczanych do ekwiwalentów środków pieniężnych.

W tej działalności należy ująć także wszelkie korzyści i koszty związane z prowadzeniem działalności inwestycyjnej.

PRZEPŁYWY DZIAŁALNOŚCI FINANSOWEJ

Zalicza się tutaj przede wszystkim wpływy i wydatki związane z pozyskaniem i spłatą własnych oraz obcych źródeł finansowania. Skutkiem są zmiany kapitału (funduszu) własnego i zadłużenia jednostki. Jeśli zmiany nie powodują w jednostce przepływu pieniężnego, to nie wykazuje się ich w rachunku przepływów pieniężnych. Spłaty zobowiązań i należności w obcych walutach wykazuje się w działalności finansowej łącznie ze zrealizowanymi różnicami kursowymi.

PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE W UJĘCIU EX POST

PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE W UJĘCIU EX ANTE

Podstawowym modelem szacowania wartości dla akcjonariuszy jest model FCF (free cash flow), który wykorzystuje wolne przepływy pieniężne. Przez **wolne przepływy pieniężne** rozumie się jako nadwyżkę wpływów lub wydatków pieniężnych z działalności operacyjnej po opodatkowaniu.

Bibliografia

1. L. Gąsiorkiewicz, *Finanse zakładów ubezpieczeń majątkowych. Teoria i praktyka*, Warszawa 2009.
2. http://rf.gov.pl/pdf/L_Gasiorkiewicz_Ryzyko_dzialalnosci_finansowej_zakladow_ubezpieczen_ost.pdf, dostęp: 10.03.2017.
3. https://www.governica.com/Zarz%C4%85dzanie_ryzykiem_finansowym, dostęp: : 12.03.2017.
4. B. Błaszczyszyn, T. Rolski, *Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie*, Wydawnictwo naukowo techniczne, 2004.
5. <http://kamilgemra.blox.pl/2009/08/ZMIENNA-WARTOSC-PIENIADZA-W-CZASIE.html>, dostęp: 09.03.2017.
6. http://coin.wne.uw.edu.pl/rslepaczuk/fin-l_wartoscpieniadzawczasie.pdf, dostęp: 11.03.2017).
7. <http://edu.pjwstk.edu.pl/wyklady/rpg/scb/index42.html>, dostęp: 13.03.2017.
8. Encyklopedia zarządzania, *Kapitalizacja odsetek*, https://mfiles.pl/pl/index.php/Kapitalizacja_odsetek, dostęp: 13.03.2017.
9. Encyklopedia zarządzania, *Oprocentowanie*, <https://mfiles.pl/pl/index.php/Oprocentowanie>, dostęp: 09.03.17.
10. M. Grzesiak, *Matematyka finansowa*, <http://etacar.put.poznan.pl/maciej.grzesiak/Oprocentowanie-dyskonto.pdf>, dostęp: 11.03.2017.
11. http://el.us.edu.pl/ekonofizyka/index.php/IRF:Stopy_procentowe:_czas_a_warto%C5%9B%C4%87_kapita%C5%82u_i_ryzyko_z_tym_zwi%C4%85zane#Stopy_procentowe, dostęp: 14.03.2017.
12. D. Klim, *Matematyka bankowa*, <http://math.uni.lodz.pl/~klimdr/wyklad.pdf>, dostęp: 11.03.2017.
13. L. Rudak, *Matematyka finansowa*, http://www.wz.uw.edu.pl/pracownicyFiles/id8003-DSFRiU_mat-fin_new.pdf, dostęp: 14.03.2017.
14. Encyklopedia zarządzania, *Stopa procentowa*, https://mfiles.pl/pl/index.php/Stopa_procentowa, dostęp: 09.03.17.
15. Domański R., *Stopa procentowa jako narzędzie podziału i strategii*, http://www.pte.pl/pliki/2/21/Stopa_PROCENTOWA_jako_narzedzie_podzialu_i_strategii.pdf, dostęp: 10.03.2017.
16. M. Skałba, *Matematyka w ubezpieczeniach na życie*, <http://mst.mimuw.edu.pl/wyklady/muz/wyklad.pdf>, dostęp: 12.03.2017.
17. Encyklopedia Zarządzania, *Przepływy pieniężne*, https://mfiles.pl/pl/index.php/Przep%C5%82ywy_pieni%C4%99%C5%BCne, dostęp: 10.03.2017.
18. <http://www.findict.pl/akademia/przeplwy-pieniezne-z-dzialalnosci-operacyjnej>, dostęp: 11.03.2017.

