

Arytmetyka finansowa

Wykład 4

Dr Wioletta Nowak

Przykład 1a

Kredyt 1000 zł należy pierwotnie spłacić w 6 równych płatnościach miesięcznych (kapitalizacja złożona z dołu). Roczne oprocentowanie kredytu wynosi 24%. Ułożyć plan spłaty kredytu, jeśli:

a) Począwszy od czwartego miesiąca stopa oprocentowania wynosi 18%.

$$S = 1000$$

$$N = 6$$

$$r = \frac{0.24}{12} = 0.02$$

$$A = \frac{S \cdot r \cdot (1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$$

$$A = \frac{1000 \cdot 0.02 \cdot (1+0.02)^6}{(1+0.02)^6 - 1} = 178.5$$

$$S_3 = 514.8$$

$$N = 3$$

$$r = \frac{0.18}{12} = 0.015$$

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	1000	158.5	20.0	178.5	841.5
2	841.5	161.7	16.8	178.5	679.8
3	679.8	164.9	13.6	178.5	514.8
4	514.8	169.1	7.7	176.8	345.8
5	345.8	171.6	5.2	176.8	174.2
6	174.2	174.2	2.6	176.8	0
		1000	65.9	1065.9	

Przykład 1b

Kredyt 1000 zł należy pierwotnie spłacić w 6 równych płatnościach miesięcznych (kapitalizacja złożona z dołu). Roczne oprocentowanie kredytu wynosi 24%. Ułożyć plan spłaty kredytu, jeśli:

b) Na koniec trzeciego miesiąca dłużnik wpłaca oprócz raty dodatkową kwotę 100 zł, nie ujętą w pierwotnym schemacie spłaty.

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	1000	158.5	20.0	178.5	841.5
2	841.5	161.7	16.8	178.5	679.8
3	679.8	264.9	13.6	278.5	414.8
4	414.8	170.2	8.3	178.5	244.6
5	244.6	173.6	4.9	178.5	71.0
6	71.0	71.0	1.4	72.4	0.0
		1000	65.0	1065.0	

Przykład 1c

Kredyt 1000 zł należy pierwotnie spłacić w 6 równych płatnościach miesięcznych (kapitalizacja złożona z dołu). Roczne oprocentowanie kredytu wynosi 24%. Ułożyć plan spłaty kredytu, jeśli:

c) W czwartym miesiącu dłużnik nie zapłaci raty, lecz wpłaci ją wraz z należnymi odsetkami razem z ratą piątą.

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	1000	158.5	20.0	178.5	841.5
2	841.5	161.7	16.8	178.5	679.8
3	679.8	164.9	13.6	178.5	514.8
4	514.8	-10.3	10.3	0	525.1
5	525.1	350.1	10.5	360.6	175.0
6	175.0	175.0	3.5	178.5	0
		1000	74.7	1074.7	

Przykład 1d

Kredyt 1000 zł należy pierwotnie spłacić w 6 równych płatnościach miesięcznych (kapitalizacja złożona z dołu). Roczne oprocentowanie kredytu wynosi 24%. Ułożyć plan spłaty kredytu, jeśli:

d) Rozpoczęcie spłaty kredytu jest odroczone o 2 miesiące.

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	1040.4	164.9	20.8	185.7	875.5
2	875.5	168.2	17.5	185.7	707.2
3	707.2	171.6	14.1	185.7	535.6
4	535.6	175.0	10.7	185.7	360.6
5	360.6	178.5	7.2	185.7	182.1
6	182.1	182.1	3.6	185.7	0
		1040.4	74.0	1114.4	

Przykład 1e

Kredyt 1000 zł należy pierwotnie spłacić w 6 równych płatnościach miesięcznych (kapitalizacja złożona z dołu). Roczne oprocentowanie kredytu wynosi 24%. Ułożyć plan spłaty kredytu, jeśli:

e) Dłużnik terminowo spłaca dwie raty, potem nie płaci rat przez 3 miesiące, ponownie rozpoczyna spłatę kredytu w szóstym miesiącu wpłacając łącznie jeszcze 3 równe raty co dwa miesiące, przy czym począwszy od trzeciego miesiąca odsetki są naliczane przy rocznej stopie 18%.

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	1000	158.5	20.0	178.5	841.5
2	841.5	161.7	16.8	178.5	679.8
6	710.8	237.0	10.7	247.7	473.8
8	480.9	240.5	7.2	247.7	240.4
10	244.0	244.0	3.7	247.7	0
		1000	58.4	1058.4	

$$S_5 = 679.8 \cdot (1.015)^3 = 710.8$$

$$S_5 = \frac{A_6}{1+r} + \frac{A_8}{(1+r)^3} + \frac{A_{10}}{(1+r)^5}$$

$$A_6 = A_8 = A_{10} = A$$

$$710.8 = \frac{A}{1.015} + \frac{A}{(1.015)^3} + \frac{A}{(1.015)^5}$$

$$S_7 = 473.8 \cdot 1.015 = 480.9$$

Przykład 2

Po ilu latach zostanie spłacony dług 50 zł równymi ratami łącznymi po 15 zł każda spłacanymi na koniec każdego roku, jeżeli roczna stopa procentowa wynosi 10% i kapitalizacja jest roczna złożona z dołu?

Zaproponować różne warianty rozwiązania problemu niepełnej liczby rat.

Przykład 2

$$S = 50 \quad A = 15 \quad S(1+r)^N = A \frac{(1+r)^N - 1}{r}$$

$$r = 0.1 \quad N = \frac{\ln 1.5}{\ln 1.1} = 4.25$$

Dodatkowa wpłata

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n
1	50	10	5	15	40
2	40	11	4	15	29
3	29	12.1	2.9	15	16.9
4	16.9	13.3	1.7	15	3.59
5	3.59	3.59	0.36	3.95	0

Powiększenie jednej z wpłat

$$A_1 = A_2 = A_3 = 15$$

$$A_4 = 18.59$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = 15$$

$$A_1 = 17.70$$

$$A_1 = A_3 = A_4 = 15$$

$$A_2 = 17.97$$

$$A_1 = A_2 = A_4 = 15$$

$$A_3 = 18.26$$

Nowe wpłaty

$$N = 4$$

$$A = \frac{S \cdot r \cdot (1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$$

$$A = 15.77$$

Przykład 3

Dwa długi:

12 spłat miesięcznych o wysokości 10 zł przy rocznej stopie procentowej 15% i kapitalizacji złożonej kwartalnej,

5 spłat półrocznych o wysokości 100 zł przy rocznej stopie procentowej 12% i kapitalizacji złożonej miesięcznej,

zamienić na 10 spłat kwartalnych skonsolidowanego długu przy rocznej stopie procentowej 18% i kapitalizacji złożonej rocznej.

$$S = \frac{A}{(1+r)^N} \frac{(1+r)^N - 1}{r}$$

$$S_1 = \frac{10}{(1+r_1)^{12}} \frac{(1+r_1)^{12} - 1}{r_1} \quad r_1 = \left(1 + \frac{0.15}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.01235$$

$$S_2 = \frac{100}{(1+r_2)^5} \frac{(1+r_2)^5 - 1}{r_2} \quad r_2 = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^6 = 0.06152$$

$$S_1 = 110.9$$

$$S_2 = 419.5$$

$$S = 530.4$$

$$A = \frac{S \cdot r \cdot (1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$$

$$r = (1 + 0.18)^{\frac{1}{4}} = 0.04225$$

$$A = 66.1$$

n	S_{n-1}	T_n	Z_n	A_n	S_n	$T_n \cdot t_n$
1	1040.4	164.9	20.8	185.7	875.5	164.9
2	875.5	168.2	17.5	185.7	707.2	336.5
3	707.2	171.6	14.1	185.7	535.6	514.8
4	535.6	175.0	10.7	185.7	360.6	700.1
5	360.6	178.5	7.2	185.7	182.1	892.6
6	182.1	182.1	3.6	185.7	0	1092.6
		1040.4	74.0	1114.4		3701.5

Średni czas trwania kredytu $\bar{t} = \frac{3701.5}{1040.5} = 3.56$